

## Wymagania edukacyjne z matematyki – 3c

### 1. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
• określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: $90^\circ$ , $120^\circ$ , $135^\circ$ , $225^\circ$
• określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań
• zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie
• odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności
• szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y =  f(x) $ , gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności
• stosuje tożsamości trygonometryczne
• dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych
• rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
• posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: $-90^\circ$ , $315^\circ$ , $1080^\circ$
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów
• wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
• szkicuje wykres funkcji okresowej
• stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
• wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta
• szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f( x )$ , gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności
• na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych
• stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych

## 2. CIĄGI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonego rekurencyjnie
• wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy
• bada, w prostszych przypadkach, monotoniczność ciągu
• bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów
• wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
• wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji
• oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki)
• bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)
• podaje granicę ciągów $q^n$ dla $q \in (-1; 1)$ oraz $\frac{1}{n^k}$ dla $k > 0$
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresy i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
• oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste przypadki)
• podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $q^n$ dla $q > 0$ oraz $n^k$ dla $k > 0$
• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
• oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
• bada monotoniczność ciągów
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny i geometryczny

• stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach
• stosuje wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach

### 3. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
• wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców
• oblicza odległość punktu od prostej
• wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie
• opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt
• określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach
• oblicza pole figury stosując zależności między okręgami st stycznymi w prostych przypadkach
• określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach
• opisuje koło w układzie współrzędnych
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
• podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego
• sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot
• wykonuje działania na wektorach
• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
• wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności
• wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej
• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków
• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
• wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg
• stosuje równanie okręgu w zadaniach
• stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej
• stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach
• opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
• stosuje własności jednokładności w zadaniach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej
• wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń
• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

## 4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)
• oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)
• oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)
• sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$ (proste przypadki)
• korzysta ze wzorów $(c)' = 0$ , $(x)' = 1$ , $(x^2)' = 2x$ oraz $(x^3)' = 3x^2$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
• stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przypadki)
• korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji
• podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum
• uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania prostych zadań
• zna i stosuje schemat badania własności funkcji
• szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki)

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• uzasadnia, także na podstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
• oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie
• oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie
• oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
• oblicza w granice funkcji w nieskończoności
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji
• sprawdza ciągłość funkcji
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze
• stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa
• oblicza pochodną funkcji w punkcie
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$
• uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie
• korzysta ze wzorów $(x^n)' = nx^{n-1}$ dla $n \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ i $x \neq 0$ oraz $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ dla $x \geq 0$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
• wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji
• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do

rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych
<ul style="list-style-type: none"> <li>• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego</li> </ul>

## 5. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dowodzi wzory na pole trójkąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów</li> </ul>