

Wymagania edukacyjne z matematyki rozszerzonej – klasa 2 TL

1. FUNKCJE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
- określa funkcję różnymi sposobami (wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)
- poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedziną, zbiór wartości, argument, wartość i wykres funkcji
- odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji
- wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelką lub opisem słownym
- wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem, wymagającym jednego założenia
- oblicza miejsca zerowe funkcji danej wzorem (w prostych przykładach)
- oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
- oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji
- sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
- wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych
- rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
- sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$
- sporządza wykresy funkcji: $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$
- odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
- na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
- określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
- wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
- stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w otaczającej nas rzeczywistości
- przedstawia daną funkcję na różne sposoby
- określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga kilku założeń
- na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem
- na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości parametru m
- na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:
 $f(x) > m$, $f(x) < m$, $f(x) \geq m$, $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości parametru m
- odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$
- szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki
- szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- uzasadnia, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
- wykorzystuje inne własności funkcji (np. parzystość)
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

2. JĘZYK MATEMATYKI – rozszerzenie

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu $|2x - 3| = 3$, $|x + 4| \leq 1$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej
- wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- formułuje i uzasadnia hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach
- stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej do przedstawienia w układzie współrzędnych zbiorów opisanych kilkoma warunkami
- uzasadnia własności wartości bezwzględnej

3. FUNKCJA LINIOWA – rozszerzenie

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- rozwiązuje graficznie układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- uzasadnia na podstawie definicji monotoniczność funkcji liniowej
- opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych
- rozwiązuje algebraicznie układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- rozwiązuje układy równań liniowych z parametrem

4. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- rysuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności
- sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
- rysuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
- ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu
- przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
- oblicza współrzędne wierzchołka paraboli
- znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, znając współrzędne punktów należących do jej wykresu
- rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
- wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
- określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
- rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
- sprowadza funkcję kwadratową do postaci iloczynowej, o ile można ją w tej postaci zapisać
- odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
- rozwiązuje nierówności kwadratowe

- wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w podanym przedziale
- stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego bez wyznaczania ich wartości, przy czym sprawdza najpierw ich istnienie
- rysuje wykres funkcji $y = |f(x)|$, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej $y = f(x)$
- rozwiązuje proste równania i nierówności kwadratowe z parametrem

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- na podstawie wykresu określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru m , gdzie $y = f(x)$ jest funkcją kwadratową
- rozwiązuje równania dwukwadratowe oraz inne równania sprowadzalne do równań kwadratowych przez podstawienie niewiadomej pomocniczej
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań lub nierówności kwadratowych
- znajduje iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych
- stosuje wzory Viète'a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego, np. $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$
- rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem o wyższym stopniu trudności

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
- wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
- wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
- zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności
- wyprowadza wzory Viète'a
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

5. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
- stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie
- sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
- uzasadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania
- wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
- uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa
- zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
- wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
- sprawdza, czy dane figury są podobne
- oblicza długości boków figur podobnych
- posługuje się pojęciem skali do obliczania odległości i powierzchni przedstawionych za pomocą planu lub mapy
- stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
- wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
- rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
- stosuje twierdzenie Pitagorasa
- wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy dane są boki tego trójkąta
- rozwiązuje trójkąty prostokątne

- stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a : $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
- podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° , 60°
- odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
- znajduje w tablicach kąt ostry, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
- oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus lub cosinus kąta
- rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
- wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów
- wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
- stosuje cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
- wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów
- wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
- przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
- oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta
- stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
- przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa
- stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
- rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
- stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
- stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawiania i podobieństw figur oraz związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii

6. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
- wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców
- oblicza odległość punktu od prostej
- wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie
- opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt
- określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach
- oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach
- określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach
- opisuje koło w układzie współrzędnych
- sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
- podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego

- sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot
- wykonuje działania na wektorach
- stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
- stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
- wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności
- wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej
- rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
- stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków
- sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
- wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg
- stosuje równanie okręgu w zadaniach
- stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej
- stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach
- opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
- stosuje własności jednokładności w zadaniach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej
- wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń
- rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

7. WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników
- zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
- oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
- wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
- szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
- określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
- podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
- oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
- stosuje wzory na kwadrat i sześciąt sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki
- stosuje wzory na sumę i różnicę sześciąt
- rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
- dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
- sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
- zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
- sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
- określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu
- sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki
- wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej
- znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność
- rozwiązuje proste równania wielomianowe
- wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej
- szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową

- dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
- rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
- opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki
- stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
- stosuje wzór: $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$
- rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
- stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
- analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki
- sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
- wyznacza iloraz danych wielomianów
- wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki
- porównuje wielomiany
- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
- rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe
- szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki
- stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
- wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
- rozwiązuje zadania z parametrem
- opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
- stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych
- przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów
- stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów

8. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i stosuje taką zależność do rozwiązywania prostych zadań
- wyznacza współczynnik proporcjonalności
- podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu
- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$ i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
- przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ o wektor i podaje jej własności
- podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, aby otrzymać wykres $g(x) = \frac{a}{x - p} + q$
- dobiera wzór funkcji do jej wykresu
- przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
- wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej
- wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego

- oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
- skraca i rozszerza wyrażenia wymierne
- wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
- rozwiązuje proste równania wymierne
- rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne
- wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
- wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
- stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną
- wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
- przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
- szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności
- wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
- szkicuje wykresy funkcji $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$, $y = |f(|x|)|$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje ich własności
- wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
- przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych
- rozwiązuje równania i nierówności wymierne
- rozwiązuje układy nierówności wymiernych
- wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
- stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych
- zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
- stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności